

KRD TOPLAM KURALLARI İLE GÜÇLÜ ÇİFTLENİM SABİTLERİNİN HESAPLANMASI

Hayriye Sundu Pamuk

Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli
Çalışma Grubu: Kazım Azizi, Yasemin Saraç

Ankara YEF Günleri 2015 Çalıştayı
12-14 Şubat 2015

İçerik

- 1 Giriş
- 2 KRD Toplam Kuralları
- 3 Güçlü Çiftlenim Sabiti
 - Korelasyon Fonksiyonun Fiziksel Kısmı
 - Korelasyon Fonksiyonun KRD Kısmı
 - Nümerik Analiz
- 4 Sonuç

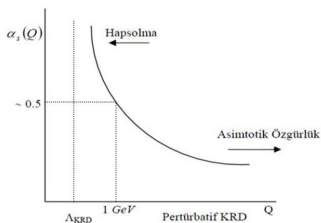
Motivasyonumuz:

- Ağır kuark içeren hadronların deney programlarında yer alması
- Ağır çeşni fiziğini daha iyi anlama isteği
- B ve D mezonlarını nükleer madde ortamında incelemek

$$\begin{aligned} B^- (b\bar{u}) + p(uud) \text{ or } n(udd) &\rightarrow \Lambda_b^0(udb) \text{ or } \Sigma_b^-(ddb), \\ D^0(c\bar{u}) + p(uud) \text{ or } n(udd) &\rightarrow \Lambda_c^+, \Sigma_c^+(udc) \text{ or } \Sigma_c^0(ddc) \end{aligned} \quad (1)$$

Kuantum Renk Dinamiği'ne göre, kuarklar ve gluonlar arasındaki etkileşme şiddeti etkileşme koşullarına bağlıdır:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda_{KRD}^2}\right)} \quad (2)$$



Pertürbatif olmayan yöntemler:

- Kiral Pertürbasyon Teorisi
- Ağır Kuark Efektif Teorisi
- Örgü KRD
- Efektif Lagranj Yöntemi
- Fenomolojik Kuark Modeli
- Potansiyel Model
- KRD Toplam Kuralları

KRD Toplam Kuralları

- 1979'da Shifmann, Vainshtain ve Zakharov tarafından mezonlar için geliştirilmiştir.
- 1981'de Ioffe tarafından baryonlar için geliştirilmiştir.
- KRD Lagrange fonksiyonunu, kuark hadron ikilemini ve asimtotik özgürlük ilkelerini temel almaktadır.
- Hadron fiziğinde pertürbatif olmayan katkıları hesaplamada oldukça başarılı olmuştur
- Yöntemin en önemli avantajı sonlu sıcaklık ve nükleer madde ortamına genişletilmesi ve hadron fenomenolojisine çok geniş bir şekilde uygulanabilmesidir

KRD Toplam Kurallarında, hadronik özellikler KRD parametreleri cinsinden ifade edilir. Bu amaçla kuark alanları cinsinden yazılan arakesit akımları zaman sıralama korelasyon fonksiyonu ele alınır:

$$\Pi(q^2) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | \mathcal{T} \{ J(x) \bar{J}(0) \} | 0 \rangle \quad (3)$$

\mathcal{T} : zaman sıralama operatörü

$J(x)$: Dirac-gamma matrisleri ve kuark alanları ile oluşturulan ara kesit akımı

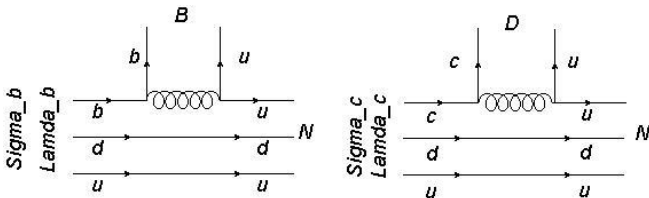
Korelasyon fonksiyonu iki farklı şekilde hesaplanır:

- Fiziksel veya Fenomoloji
- KRD veya teorik

Borel dönüşümü uygulanarak bu iki farklı korelasyon fonksiyonu birbirine eşitlenir ve istenilen fiziksel büyüklük elde edilir.

Güçlü Çiftlenim Sabiti Hesabı:

Kuark dilinde $\Lambda_b NB$, $\Lambda_c ND$, $\Sigma_b NB$ ve $\Sigma_c ND$ geçişleri:



Bu geçişleri tanımlayan güçlü çiftlenim sabitlerinin hesaplanabilmesi üç-nokta korelasyon (ilişkilendirme) fonksiyonuna ihtiyaç vardır.

$$\begin{aligned} \Pi(p, p', q) = & i^2 \int d^4x \int d^4y e^{-ip \cdot x} e^{ip' \cdot y} \\ & \langle 0 | \mathcal{T} \left(J_N(y) J_B(0) \bar{J}_{\Lambda_b}(x) \right) | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

Ara kesit akımları:

$$\begin{aligned} J_{\Lambda_b[\Lambda_c]}(x) &= \varepsilon_{ijk} u^{iT}(x) C \gamma_5 d^j(x) b[c]^k(x), \\ J_{\Sigma_b[\Sigma_c]}(x) &= \varepsilon_{ijk} \left(u^{iT}(x) C \gamma_\mu d^j(x) \right) \gamma_5 \gamma_\mu b[c]^k(x), \\ J_N(y) &= \varepsilon_{ijk} \left(u^{iT}(y) C \gamma_\mu u^j(y) \right) \gamma_5 \gamma_\mu d^k(y), \\ J_{B[D]}(0) &= \bar{u}(0) \gamma_5 b[c](0), \end{aligned} \tag{5}$$

İçerik

- 1 Giriş
- 2 KRD Toplam Kuralları
- 3 **Güçlü Çiftlenim Sabiti**
 - **Korelasyon Fonksiyonun Fiziksel Kısmı**
 - Korelasyon Fonksiyonun KRD Kısmı
 - Nümerik Analiz
- 4 Sonuç

Korelasyon Fonksiyonun fiziksel kısmı:

Eşitlik.(4)'deki matris elemanlarının arasına Λ_b , N ve B hadron durumlarına karşılık gelen ara kesit akımları ile aynı kuantum numarasına sahip tam setler yerleştirilip ve x ve y integralleri alınırsa:

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{\langle 0 | J_N | N(p') \rangle \langle 0 | J_B | B(q) \rangle \langle \Lambda_b(p) | \bar{J}_{\Lambda_b} | 0 \rangle}{(p^2 - m_{\Lambda_b}^2)(p'^2 - m_N^2)(q^2 - m_B^2)} \\ &\times \langle N(p') B(q) | \Lambda_b(p) \rangle + \dots, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 \langle 0 | J_N | N(p') \rangle &= \lambda_N u_N(p', s'), \\
 \langle \Lambda_b(p) | \bar{J}_{\Lambda_b} | 0 \rangle &= \lambda_{\Lambda_b} \bar{u}_{\Lambda_b}(p, s), \\
 \langle 0 | J_B | B(q) \rangle &= i \frac{m_B^2 f_{B[D]}}{m_u + m_b}, \\
 \langle N(p') B(q) | \Lambda_b(p) \rangle &= g_{\Lambda_b NB} \bar{u}_N(p', s') i \gamma_5 u_{\Lambda_b}(p, s)
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{s'} u_N(p', s') \bar{u}_N(p', s') &= \not{p}' + m_N, \\
 \sum_s u_{\Lambda_b}(p, s) \bar{u}_{\Lambda_b}(p, s) &= \not{p} + m_{\Lambda_b}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Korelasyon fonksiyonunun fiziksel kısmının Borel dönüşümünden önceki son hali aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \Pi &= i^2 \frac{m_B^2 f_B}{m_b + m_u} \frac{\lambda_N \lambda_{\Lambda_b} g_{\Lambda_b NB}}{(p^2 - m_{\Lambda_b}^2)(p'^2 - m_N^2)(q^2 - m_B^2)} \\ &\times \left\{ (m_N m_{\Lambda_b} - m_{\Lambda_b}^2) \gamma_5 + (m_{\Lambda_b} - m_N) \not{p} \gamma_5 + \not{q} \not{p} \gamma_5 - m_{\Lambda_b} \not{q} \gamma_5 \right\} \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (9)$$

İlk ve son momentumun karesine p^2 ve p'^2 göre Borel alındıktan sonra, fiziksel kısmın son hali:

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{B}}\Pi(q) &= i^2 \frac{m_B^2 f_B}{m_b + m_u} \frac{\lambda_N \lambda_{\Lambda_b} g_{\Lambda_b NB}}{(q^2 - m_B^2)} e^{-\frac{m_{\Lambda_b}^2}{M^2}} e^{-\frac{m_N^2}{M'^2}} \\ &\times \left\{ (m_N m_{\Lambda_b} - m_{\Lambda_b}^2) \gamma_5 + (m_{\Lambda_b} - m_N) \not{p} \gamma_5 + \not{q} \not{p} \gamma_5 \right. \\ &\quad \left. - m_{\Lambda_b} \not{q} \gamma_5 \right\} \\ &+ \dots, \end{aligned} \quad (10)$$

Borel dönüşümü:

$$\widehat{\mathbf{B}}_{M^2} \Pi(Q^2) = \lim_{Q^2, n \rightarrow \infty, \frac{Q^2}{n} \rightarrow \infty} \frac{(Q^2)^{n+1}}{n!} \left(\frac{d}{dQ} \right)^n \Pi(Q^2) \quad (11)$$

İçerik

- 1 Giriş
- 2 KRD Toplam Kuralları
- 3 **Güçlü Çiftlenim Sabiti**
 - Korelasyon Fonksiyonun Fiziksel Kısmı
 - **Korelasyon Fonksiyonun KRD Kısmı**
 - Nümerik Analiz
- 4 Sonuç

Korelasyon Fonksiyonun KRD kısmı:

Korelasyon fonksiyonunun KRD kısmı kuark-gluon parametreleri cinsinden, derin Öklid bölgesinde ($p^2 \rightarrow -\infty$ ve $p'^2 \rightarrow -\infty$) işlemci çarpım açılımı (OPE) yardımı ile hesaplanabilir.

Eşitlik. (5) de tanımlanan akımlar korelasyon fonksiyonunda yerine yazılıp ve Wick teoremi kullanılarak bütün kuark alanları üzerinden kontraksiyonlar yapılır.

$$\begin{aligned}
 \Pi &= i^2 \int d^4x \int d^4y e^{-ip \cdot x} e^{ip' \cdot y} \varepsilon_{abc} \varepsilon_{ij\ell} \\
 &\times \left\{ \gamma_5 \gamma_\mu S_d^{cj}(y-x) \gamma_5 C S_u^{biT}(y-x) C \gamma_\mu S_u^{ah}(y) \gamma_5 S_{b[c]}^{h\ell}(-x) \right. \\
 &\left. - \gamma_5 \gamma_\mu S_d^{cj}(y-x) \gamma_5 C S_u^{aiT}(y-x) C \gamma_\mu S_u^{bh}(y) \gamma_5 S_{b[c]}^{h\ell}(-x) \right\} \\
 &\hspace{20em} (12)
 \end{aligned}$$

Sırasıyla, ağır ve hafif kuark ilerleticileri:

$$\begin{aligned}
 S_Q^{i\ell}(x) = & \frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4k e^{-ik \cdot x} \left\{ \frac{\delta_{i\ell}}{k - m_Q} \right. \\
 & - \frac{g_s G_{i\ell}^{\alpha\beta}}{4} \frac{\sigma_{\alpha\beta}(k + m_Q) + (k + m_Q)\sigma_{\alpha\beta}}{(k^2 - m_Q^2)^2} \\
 & \left. + \frac{\pi^2}{3} \left\langle \frac{\alpha_s GG}{\pi} \right\rangle \delta_{i\ell} m_Q \frac{k^2 + m_Q k}{(k^2 - m_Q^2)^4} + \dots \right\}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_q^{ij}(x - y) = & i \frac{x - y}{2\pi^2(x - y)^4} \delta_{ij} - \frac{m_q}{4\pi^2(x - y)^2} \delta_{ij} \\
 & - \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{12} \left[1 - i \frac{m_q}{4}(x - y) \right] \delta_{ij} \\
 & - \frac{(x - y)^2}{192} m_0^2 \langle \bar{q}q \rangle \left[1 - i \frac{m_q}{6}(x - y) \right] \delta_{ij} + \dots \quad (14)
 \end{aligned}$$

Korelasyon fonksiyonunun KRD kısmı farklı yapılar cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Pi(p, p', q) = \Pi_1(q^2)\gamma_5 + \Pi_2(q^2)\not{p}\gamma_5 + \Pi_3(q^2)\not{q}\not{p}\gamma_5 + \Pi_4(q^2)\not{q}\gamma_5, \quad (15)$$

$$\Pi_i(q^2) = \int ds \int ds' \frac{\rho_i^{pert}(s, s', q^2) + \rho_i^{non-pert}(s, s', q^2)}{(s - p^2)(s' - p'^2)}. \quad (16)$$

$$\rho_i(s, s', q^2) = \frac{1}{\pi} \text{Im} [\Pi_i]$$

$$\rho_1^{pert} = \left\{ -\frac{m_b m_u s^2}{64\pi^4 (q^2 - m_b^2)} \Theta[L_1] + \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{64\pi^4 u^3} \right. \\
 \times \left[2m_b^4 x^2 (1 + 3x^2 - y + 6xy - 4x) \right] + \dots \\
 \left. + \dots \right\}, \quad (17)$$

$$\rho_1^{nonpert} = \left\{ \langle \bar{q}q \rangle \left[\dots \right] \right. \\
 + \langle \alpha_s \frac{G^2}{\pi} \rangle \left[\dots \right] \\
 \left. + m_0^2 \langle \bar{q}q \rangle \left[\dots \right] \right\} \quad (18)$$

Borel dönüşümü uygulandıktan sonra, korelasyon fonksiyonunun iki farklı yolla elde edilen sonuçları eşitlenerek γ_5 yapısı için $\Lambda_b NB$ geçişine ait güçlü çiftlenim sabiti:

$$\begin{aligned}
 g_{\Lambda_b NB}(q^2) &= -e^{\frac{m_{\Lambda_b}^2}{M^2}} e^{\frac{m_N^2}{M'^2}} \frac{(m_b + m_u)(q^2 - m_B^2)}{m_B^2 f_B \lambda_{\Lambda_b}^\dagger \lambda_N (m_N m_{\Lambda_b} - m_{\Lambda_b}^2)} \\
 &\times \left\{ \int_{(m_b+m_u+m_d)^2}^{s_0} ds \int_{(2m_u+m_d)^2}^{s'_0} ds' e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} \left[\rho_1^{pert}(s, s', q^2) \right. \right. \\
 &+ \left. \left. \rho_1^{non-pert}(s, s', q^2) \right] \right\},
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

İçerik

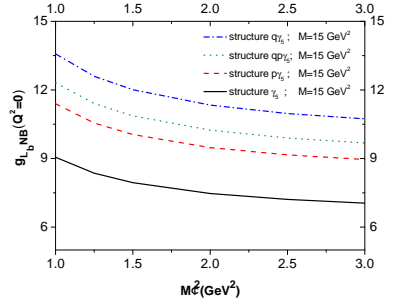
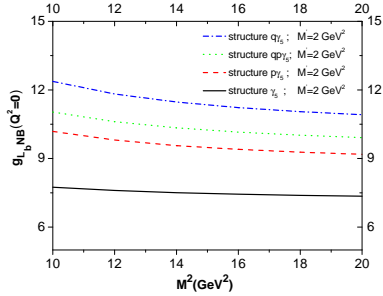
- 1 Giriş
- 2 KRD Toplam Kuralları
- 3 **Güçlü Çiftlenim Sabiti**
 - Korelasyon Fonksiyonun Fiziksel Kısmı
 - Korelasyon Fonksiyonun KRD Kısmı
 - **Nümerik Analiz**
- 4 Sonuç

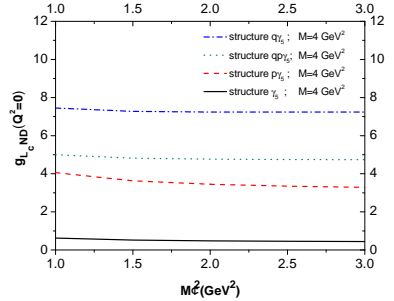
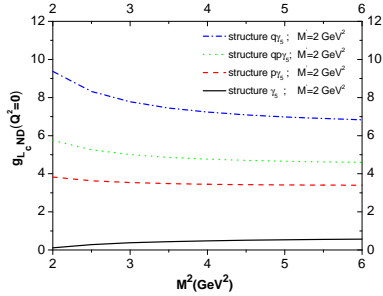
KRD Toplam Kurallarında dört yardımcı parametre bulunmaktadır:

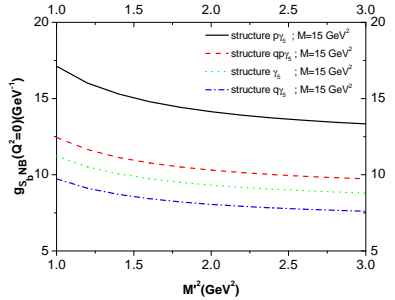
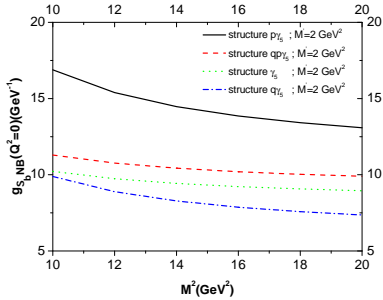
- M^2 ve M'^2 Borel kütle parametreleri
- s_0 ve s'_0 hadronik süreklilik eşiği

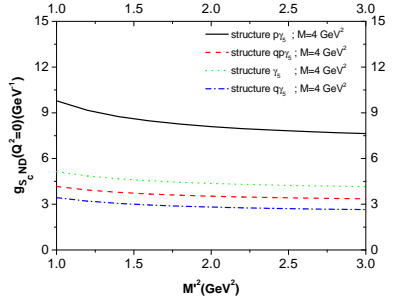
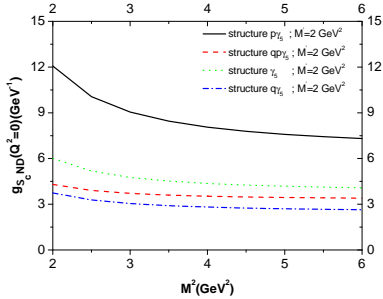
Hadronik süreklilik eşiğinin çalışma bölgelerinin belirlenmesi:

- $\Lambda_b NB$ geçişi için:
 $32.7 \text{ GeV}^2 \leq s_0 \leq 34.5 \text{ GeV}^2$
 $1.08 \text{ GeV}^2 \leq s'_0 \leq 1.56 \text{ GeV}^2$
- $\Lambda_c ND$ geçişi için:
 $5.7 \text{ GeV}^2 \leq s_0 \leq 6.7 \text{ GeV}^2$
 $1.08 \text{ GeV}^2 \leq s'_0 \leq 1.56 \text{ GeV}^2$
- $\Sigma_b NB$ geçişi için:
 $34.9 \text{ GeV}^2 \leq s_0 \leq 37.4 \text{ GeV}^2$
 $1.04 \text{ GeV}^2 \leq s'_0 \leq 1.99 \text{ GeV}^2$
- $\Sigma_c ND$ geçişi için:
 $6.5 \text{ GeV}^2 \leq s_0 \leq 7.6 \text{ GeV}^2$
 $1.04 \text{ GeV}^2 \leq s'_0 \leq 1.99 \text{ GeV}^2$









Yardımcı parametrelerin yanı sıra diğer nümerik değerleride kullanarak, güçlü çiftlenim sabitinin $Q^2 = -q^2$ 'ye bağımlılığını veren bir fonksiyon elde edilir:

$$g_{\Lambda_b NB}(Q^2) = c_1 \exp \left[-\frac{Q^2}{c_2} \right] + c_3, \quad (20)$$

yapı	c_1	$c_2(\text{GeV}^2)$	c_3
γ_5	0.69 ± 0.21	22.96 ± 6.66	6.67 ± 2.00
$\not{p}\gamma_5$	0.90 ± 0.27	18.60 ± 5.58	8.28 ± 2.32
$\not{q}\gamma_5$	1.04 ± 0.31	16.40 ± 4.92	9.87 ± 2.67
$\not{q}\not{p}\gamma_5$	0.95 ± 0.28	17.10 ± 4.79	8.96 ± 2.69

Table: $\Lambda_b NB$ geçişi için fit parametreleri.

yapı	c_1	$c_2(\text{GeV}^2)$	c_3
γ_5	-0.08 ± 0.02	-17.74 ± 4.79	0.97 ± 0.29
$\not{p}\gamma_5$	-9.01 ± 2.70	-328.82 ± 98.65	14.81 ± 4.00
$\not{q}\gamma_5$	-20.04 ± 5.81	-1221.76 ± 366.53	27.32 ± 8.20
$\not{q}\not{p}\gamma_5$	0.86 ± 0.26	16.63 ± 4.82	4.05 ± 1.22

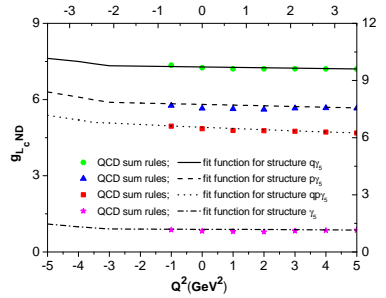
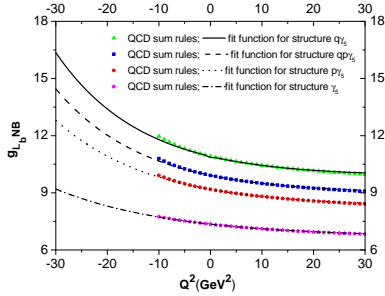
Table: $\Lambda_c ND$ geçişi için fit parametreleri.

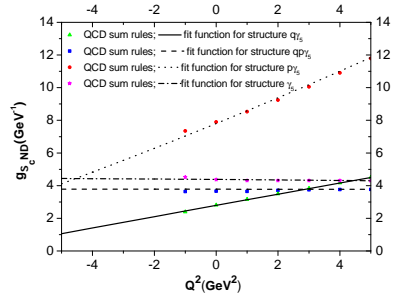
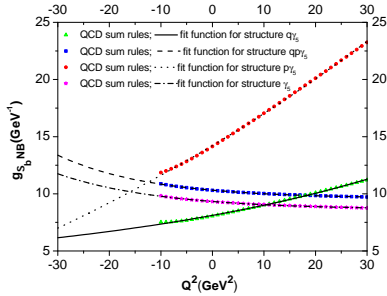
yapı	$c_1(\text{GeV}^{-1})$	$c_2(\text{GeV}^2)$	$c_3(\text{GeV}^{-1})$
γ_5	0.72 ± 0.20	20.30 ± 6.08	8.61 ± 2.50
$\not{p}\gamma_5$	34.62 ± 10.39	-128.29 ± 38.49	-20.41 ± 5.71
$\not{q}\gamma_5$	5.14 ± 1.44	-62.58 ± 18.15	2.98 ± 0.89
$\not{q}\not{p}\gamma_5$	0.72 ± 0.20	18.03 ± 4.87	9.60 ± 2.88

Table: $\Sigma_b NB$ geçişi için fit parametreleri.

yapı	$c_1(\text{GeV}^{-1})$	$c_2(\text{GeV}^2)$	$c_3(\text{GeV}^{-1})$
γ_5	-0.21 ± 0.06	-15.44 ± 4.63	4.59 ± 1.28
$\not{p}\gamma_5$	42.28 ± 11.41	-54.72 ± 16.41	-34.47 ± 9.98
$\not{q}\gamma_5$	-133.65 ± 40.10	388.23 ± 108.70	136.44 ± 38.20
$\not{q}\not{p}\gamma_5$	-0.006 ± 0.002	-6.78 ± 1.89	3.79 ± 1.02

Table: $\Sigma_c ND$ geçişi için fit parametreleri.





yapı	$g_{\Lambda_b NB}(Q^2 = -m_B^2)$	$g_{\Lambda_c ND}(Q^2 = -m_D^2)$
γ_5	8.97 ± 2.69	0.91 ± 0.27
$\not{p}\gamma_5$	12.31 ± 3.57	5.90 ± 1.77
$\not{q}\gamma_5$	15.57 ± 4.67	7.34 ± 2.20
$\not{q}\not{p}\gamma_5$	13.81 ± 4.14	5.11 ± 1.53
ortalama	12.67 ± 3.76	4.82 ± 1.44

$Q^2 = 0$ da ve $\not{q}\gamma_5$ Dirac yapısı için

$$g_{\Lambda_c ND} = \sqrt{4\pi}(1.9 \pm 0.6) = 6.74 \pm 2.12$$

F. S. Navarra, M. Nielsen, Phys. Lett. B 443, 285 (1998).

yapı	$g_{\Sigma_b NB}(Q^2 = -m_B^2)(\text{GeV}^{-1})$	$g_{\Sigma_c ND}(Q^2 = -m_D^2)(\text{GeV}^{-1})$
γ_5	11.44 ± 3.43	4.42 ± 1.28
$\not{p}\gamma_5$	7.46 ± 2.16	5.20 ± 1.46
$\not{q}\gamma_5$	6.27 ± 1.88	1.59 ± 0.44
$\not{q}\not{p}\gamma_5$	12.96 ± 3.49	3.78 ± 1.06
ortalama	9.53 ± 2.86	3.75 ± 1.13

Sonuç olarak, elde edilen sonuçlar,

- FAIR'deki \overline{PANDA} gibi ağır iyon deney sonuçlarının analiz edilmesinde
- BHÇ'da bu geçişlerle ilişkili deney sonuçlarının analiz edilebilmesinde
- B ve D mezonlarının kütle, bozunum sabiti ve diğer parametrelerinin nükleer madde ortamındaki değişimlerinin belirlenmesinde

kullanılabilir.

Parçacık fiziğinde deneysel ve teorik yapılan çalışmalar temel parçacıkları daha iyi anlamamıza yardımcı olacaktır.

GELECEKTEN UMUTLUYUM....